Conceptos dimensionales, métricos y algebraicos en los textos científicos

Dimensional, metric and algebraic concepts in scientific texts

José A. Tapia
ISR, University of Michigan, Ann Arbor

TREMEDICA´s VI Symposium on Medical Translation and Interpretation
New York, Hunter College, 30-IX-2010

Mi perspectiva (*My point of view*)

- Inicialmente, médica
- Después, editorial
- Actualmente, ciencia social/economía

PERIODISTA: Señora, la veo muy ocupada. Espero no importunarla: para alguien como yo ésta es una ocasión única.

REINA: Es eso que llaman ustedes una «exclusiva», ¿no? Bien, en primer lugar quítese de ahí. Quiero decir: quite los pies. Está arruinando la cúpula: al menos trescientos días-hormiga solo para reparar los desperfectos que ya ha causado. Nuestras cúpulas: o perfectas o nada. Nosotras, y yo especialmente, somos así.

Primo Levi, «Las bodas de la hormiga», en *Última Navidad de guerra* (trad.: Miquel Izquierdo). Barcelona: Muchnik; 2001. p. 83-87.

Los días-hormiga de este texto de Primo Levi son un ejemplo de un tipo de cantidad que llamaré recuento métrico y que aquí se usa para medir la cantidad de trabajo (del hormiguero). Medidas similares se usan a menudo para medir la cantidad de observación (horas-célula), la cantidad de transporte (kilómetros-pasajero), la cantidad de electricidad (kilovatios-hora) y otras magnitudes.

Propósito general de la presentación

- To clarify the nature of some scientific concepts.
- To discuss the correct and the incorrect use of related terms.

I will use mostly Spanish but I will move freely between Spanish and English and even may be some Spanglish too.

¿Qué es ciencia?

- Conocimiento sistematizado.
- Conocimiento lógicamente coherente.
- Conocimiento susceptible de comprobación factual (empírica).
- A scientific theory is an explanation that is logically consistent with empirical evidence.
- Una teoria cientifica es una explicacion que es lógicamente compatible con los datos empíricos.
- Science progress implies to formulate theories that explain evidence better than old theories. Old theories (say, the existence of flogiston) are so discarded.

- La ciencia implica desarrollar teorías que sean compatibles con los datos observados, con la realidad factual, algunos dicen “con la evidencia empirica”.
- Es mejor no traducir *empirical evidence* como “evidencia empirica” ¿Por que?
- Es más o menos aceptado en la comunidad científica que lo cuantitativo es parte fundamental de la ciencia, para algunos incluso no hay ciencia sin cuantificación
- ¿Conocimiento cuantitativo? ¿Is it part of science? Of course it is!

Clases de conceptos científicos (según Mosterín)

- Conceptos clasificatorios, *cualitativos:* sustantivos y adjetivos del lenguaje ordinario (mamífero, planeta, isla, hueso, verde, eléctrico, ácido, nuboso…)
- Conceptos métricos, *cuantitativos:* sustantivos técnicos (nanómetro, kilovatio-hora, año-luz, pH, ºK, mm Hg…)
- Conceptos comparativos o topológicos: intermedios entre los anteriores (simétrico, menor, derecha, lateral…)

- Según Mosterín, los conceptos cuantitativos o métricos en general no tienen correspondencia en el lenguaje ordinario.
- Conceptos más específicamente científicos.
- Quizá por ello su uso es especialmente difícil en las traducciones, cuando el traductor tiene conocimientos técnicos limitados en el campo correspondiente.

Conceptos cuantitativos

- Podríamos llamarlos también *cuantificadores*
- En general hay dos tipos de cuantificadores
  - Lógicos
  - Numéricos

Cuantificadores lógicos

- Cuantificador universal (*universal quantifier*): $\forall$, una A mayúscula puesta del revés. Usado para denotar la generalidad de un conjunto. Se lee “para todo” o “cualquiera que sea”.
- Cuantificador existential (*existential quantifier*), $\exists$, una E mayúscula girada 180 grados. Se lee “existe”, “hay al menos un”.
- Ambos cuantifican, pero de forma lógica, haciendo referencia a alguna generalidad.

Cuantificadores lógicos (ejemplos)

$$\forall\, a \in \mathbb{N},\ a \cdot a = a \times a = b \in \mathbb{N}$$

$$\forall\, a, b \in \mathbb{R}^{+}, \exists\, c \in \mathbb{R}^{+} \mid a^2 + b^2 = c^2$$

- If *a* and *b* are the legs of a right (or rectangled) triangle then *c* is the hypotenuse, and the former expression is the **Pythagoras** theorem.
- Si *a y* b son los catetos de un triángulo rectángulo, *c* es la hipotenusa y la expresión anterior es el teorema de **Pitágoras.**
- Los nombres propios de persona o lugar a menudo tienen distinta grafía en distintos idiomas (Delfos / Delphi; oráculo de Delfos / Delphic oracle).

Cuantificadores numéricos

- Abstractos o magnitudes: altura, presión, pH, dureza, PIB per capita, recuento leucocitario, temperatura, tasa de desempleo, tamaño muestral, PIB per capita.
- Concretos o cantidades: 179 cm (altura); 30 libras/pie^2 (presion); 5 (escala Mohs); 7,1 (pH); 7000 leucocitos/mm^3 (recuento leucocitario); 39 ^oC (temperatura); 19% (tasa de desempleo); 23 ratones (tamaño muestral); 5000€ por habitante (PIB per capita).

¿Cómo se generan los cuantificadores numéricos?

- Mediante una de dos posible operaciones
  - Contar: recuentos (*counts*)
  - Medir: medidas o mediciones (*measures, measurents*)

Características de las mediciones o medidas

- Son el resultado de comparar una entidad (A) con otra entidad del mismo tipo que se llama unidad (U)
- La medida es el resultado de comparar cuantas veces es A mayor que U.
- La unidad U es arbitraria (pulgadas, mm, yardas; grados Celsius o Farenheit; galones o litros; mmHg, Kg/mm^2, libras/pie cuadrado).
- La última cifra del número expresa la exactitud de la medición: 179 cm indica una estatura entre 178,5 cm y 179,5 cm, mientras que 1,8 m indica una estatura entre 1,75 cm y 1,85 m. Por lo tanto decir que una estatura es 180 cm o 1,8 m *no es exactamente lo mismo.*

Características de los recuentos

- La unica unidad posible es el ente mismo que se recuenta (ratones, eritrocitos, mujeres, latidos, contenedores, planetas, camas, defunciones, terremotos, casos de tifus).
- El recuento exige abstraer de las características de lo que se cuenta (en una docena de manzanas puede haber una manzana muy pequeña y otra que está tan podrida que sería dudoso si “es” una manzana).

Características de los recuentos (cont.)

- ¿Pueden sumarse peras con manzanas? ¿Y perros con gatos? ¿Y varones con mujeres?)
- El recuento no puede ser otra cosa que un número entero.
- Solo de manera informal e inexacta pueden usarse fracciones (¿10,5 pacientes?, ¿3,5 planetas?, 6,2 terremotos).

$, €, £, ¥

- ¿Son las cantidades de dinero recuentos o mediciones?

Características comunes de recuentos y mediciones

- Matemáticamente son siempre el producto de dos cosas, un número adimensional y una unidad. Dicho de otra forma, son un número multiplicado *por* una unidad (o viceversa).

  Ejemplos:

  – 12 pacientes = 12 × paciente

  – 32,7 g = 32,7 × g

  – 75 m^2 = 75 × m^2

Cantidades o magnitudes

- Las básicas serían las medidas (**M**) y los recuentos (**R**).
- Combinando medidas y recuentos por multiplicación y división se obtienen cuantificadores (o magnitudes, o cantidades) derivados.

Magnitudes derivadas

- Por multiplicación **M×M** se obtienen productos métricos o “medidas-producto”. Ejemplos:

superficie = longitud × longitud = longitud^2;

volumen = longitud × longitud × longitud = longitud^3

Porque multiplicar una cosa por si misma es lo mismo que elevarla al cuadrado; si se multiplica otra vez, se eleva al cubo (o tercera potencia)

- Por división **M/M** se obtienen razones métricas o “medidas-división”. Ejemplos:

velocidad = longitud / tiempo

presión = fuerza / superficie

flujo hidrodinámico = volumen / tiempo

Magnitudes derivadas (cont.)

- Por división **R**/**R** se obtienen proporciones o tasas. Ejemplos
  - tasa de desempleo = desempleados / PEA
  - tasa de pobreza = personas bajo el umbral / población
- Por división **M**/**R** se obtienen medias aritméticas (PIB per cápita, peso medio, estatura media…)

Magnitudes derivadas (cont.)

- Por multiplicación **R**×**M** se obtienen recuentos métricos: Ejemplos:
  - cantidad de observación (años-persona, horas-célula)
  - cantidad de transporte (kilómetros-pasajero)
  - cantidad de carga (kilómetros-contenedor)
- Por división **R** / **M** se obtienen frecuencias y tasas: Ejemplos:
  - frecuencia cardiaca (latidos / minuto)
  - frecuencia respiratoria (respiraciones / minuto)
  - frecuencia de un péndulo (oscilaciones / minuto)
  - tasa de desintegración (desintegraciones / segundo)
  - NOTA: en todos estos casos **M** (la medida) es el tiempo

Advertencias

- La terminología “productos métricos”, “razones métricas”, y “recuentos métricos” es invento propio (no le presten mucha atención).
- Los *«ratios»*

En castellano, en contexto matemático el término “razón” representa el cociente entre dos numeros (y equivale al inglés-latín *ratio*). Ejemplos:

  – “los números racionales son los que pueden expresarse como la razón entre dos enteros” (*rational numbers are those that can be represented as the ratio of two integers*).

“Ratio” (cont.)

“en la escuela hay 3 maestros y 60 alumnos; la razón alumnos a maestros es 3”
(o “hay 3 alumnos por maestro”) (*the teachers to students ratio is 3*)

- Si decimos que la *ratio* alumnos-maestros es 3 estamos usando un castellano *muy poco elegante* (y bastante contaminado de ingles).
- Lamentablemente este anglicismo es cada vez más frecuente.

Magnitudes derivadas (cont.)

En muchos casos se combinan varias medidas o recuentos mediante multiplicaciones y divisiones. Ejemplos:

fuerza = masa × aceleración = masa × (velocidad / tiempo) =
= masa × (longitud / tiempo) / tiempo) = (masa × longitud) / (tiempo × tiempo) = = (masa × longitud) / (tiempo^2)

índice de masa corporal *(body mass index, Quetelet index):*
Peso (kg)/ [altura (m)]^2

- IMC = 85 kg / (1,80 m)^2 = 85 kg / (3,24 m^2) = 26,2 (¿seguro?)
- ¿Tiene unidades el IMC?

Magnitudes derivadas (cont.)

En medicina se usan muchas de esos cuantificadores en los que se combina mediante división un recuento y una unidad de medida (infecciones hospitalarias/año, eritrocitos/mm^3 , inyecciones o comprimidos/día, etc)

Las ambigüedades de la preposición “por”

- Tres por cinco, quince (multiplicación)
- 30 suicidios por año (división)
- Cinco camas por enfermera (división)
- Dos metros por tres metros, seis metros cuadrados (multiplicación)

Porque $2\ \text{m} \times 3\ \text{m} = (2 \times \text{m}) \times (3 \times \text{m}) = (2 \times 3) \times (\text{m} \times \text{m}) = 6\ \text{m}^2$

- Three *times* five is fifteen
- 30 suicides *per* year
- Five beds per nurse
- Two meter by three meter, six square meters

Advertencia

- Si hubo 26 defunciones en una población de 2000 personas, la tasa de mortalidad es (26 defunciones)/(2000 personas) =

0,013 defunciones/persona =

13 defunciones/1000 personas, en palabras

“la tasa de mortalidad es 13 por 1000”.

Si intentamos abreviar eso (como se ve a menudo) escribiendo “13 × 1000” es incorrecto, porque el “por” de “13 (defunciones) por 1000 (habitantes)” indica una división y el signo × indica inequívocamente una multiplicación.

Otra ambigüedad del “por”

- *Machines were substituted for labor*
- *Machines were substituted by labor*

En el primer caso, lo que dice el original es que se desplazó trabajo humano mediante maquinaria, “se sustituyó trabajo por máquinas”.

En el segundo caso, lo que dice el original es que se desplazó maquinaria mediante trabajo humano, “se sustituyeron máquinas por mano de obra”.

- *Opiates shall be substituted for aspirin*
- *Opiates shall be substituted by aspirin*

Si ambas frases se traducen de la misma forma, el error es monumental.

Medida, magnitud, cantidad…

- A pesar de lo dicho anteriormente, “medida”, “magnitud” y “cantidad” son términos ambiguos que pueden referirse a un concepto abstracto (la altura, el pH, la temperatura corporal) o a la medida concreta correspondiente (180 cm de altura, un pH de 3,8, una temperatura corporal de 100 ^{o}F).
- Términos ingleses como *quantity, magnitude,* o *figure* son igualmente ambiguos.
- Por lo tanto en los textos técnicos pueden usarse libremente siempre que por el contexto esté claro a qué se refiere (*the figures on table 3* puede ser “las medidas que presenta el cuadro 3” o “las cantidades que se presentan en el cuadro 3”, etc.)

Dimensiones

- El resultado de una medición es una cantidad o magnitud que puede darse en distintas unidades (una distancia puede darse en milímetros, metros, yardas, verstas o años-luz; la temperatura en grados Celsius, Fahrehneit o Kelvin; la velocidad en cm/s, km/h o mph; la frecuencia de un péndulo en oscilaciones por segundo, o por minuto o por hora).
- Definición: La dimensión de una cantidad o magnitud es el resultado de abstraer las particularidades de *todas* las unidades convertibles en que esa magnitud puede expresarse.

Dimensiones (cont.)

- La velocidad puede medirse en cm/h, m/s, millas marinas/hora (nudos), leguas/día, cm/año (si estamos midiendo por ej. el desplazamiento de los continentes).
- En cualquier caso, la velocidad siempre es una longitud (o “distancia”) dividida por un tiempo.
- Por tanto las dimensiones de la velocidad son longitud/tiempo, lo que puede decirse también “dimensionalmente, la velocidad es la razón de la distancia al tiempo, o una distancia dividida por un tiempo.

Dimensiones (cont.)

- En matemáticas, física y otras disciplinas a menudo se expresan las dimensiones en fórmulas en las que los corchetes indican que se trata de ecuaciones dimensionales. Ciertas magnitudes (generalmente tiempo, masa, distancia y otras) se consideran como dimensionalmente basicas, o sea, que no pueden expresarse como función de otras dimensiones.

Dimensiones (con.)

- Las dimensiones básicas se expresan con una letra (generalmente mayúscula), así la dimensión “tiempo” es T, la masa es M y la distancia o longitud, L.
- O sea, $[T] = T$
- $[L] = L$
- Si decimos que V representa la velocidad, $[V] = L/M$ es la ecuación dimensional de la velocidad.

Dimensiones (cont.)

Como en matemáticas dividir por una cantidad es lo mismo que multiplicar por el inverso de esa cantidad, y el inverso de una cantidad es lo mismo que esa cantidad elevada a la potencia -1, en simbolos

$[V] = L\ /\ T = L \times (1/T) = L \times (T^{-1}) =$

$= L \times T^{-1} = L \cdot T^{-1} = LT^{-1}$

O sea, dicho con palabras, “dimensionalmente la velocidad es longitud por tiempo a la menos 1”.

Como vimos anteriormente,

fuerza = masa × aceleración = masa × (velocidad / tiempo) =

= masa × (longitud / tiempo) / tiempo) = (masa × longitud) / (tiempo × tiempo) = = (masa × longitud) / (tiempo^2)

O sea, si llamamos *F* a la fuerza, su dimensionalidad será

$[F] = ML/T^2 = MLT^{-2}$

Dimensiones

Nótese en

$[V] = L\ /\ T = L \times (1/T)= L \times (T^{-1}) =$

$= L \times T^{-1} = L \cdot T^{-1} = LT^{-1}$

Al final eliminamos el aspa (×) y el punto alzado (·) para indicar el producto.

Generalmente ni el aspa (×) ni el punto alzado (·) se usan para indicar el prducto, que en $[V] = LT^{-1}$ queda indicado simplemente por la aposición de los símbolos correspondiente (esto es lo habitual en ecuaciones matemáticas y la razón por la que NO conviene usar abreviaturas de varias letras en ecuaciones).

Dimensiones (cont.)

La ecuación $[V] = LT^{-1}$

puede leerse "a las bravas" como "Uve igual a ele te menos uno" y de hecho así la leerían muchos físicos y matemáticos, pero es mucho más elegante leerla interpretándola (si el contexto lo permite) diciendo con palabras que "dimensionalmente la velocidad es longitud por tiempo a la menos 1" o "longitud por la inversa del tiempo".

Dimensiones (cont.)

- Por lo dicho anteriormente puede entenderse por qué revistas como *Science, Nature* o *PNAS* a menudo escriban una velocidad como 3 $m{\cdot}s^{-1}$ o incluso 3 ms^{-1} .

.

Magnitudes obtenidas mediante producto (medidas-producto y recuentos métricos): notas de uso

La preposición *por* nunca debe usarse al nombrar las unidades resultantes. Ejemplos:

Consumo eléctrico: potencia × tiempo
100 W × 10 h = 1000 W·h = 1kW·h, que se lee y se escribe por extenso “un kilovatio-hora).

Al abreviar la unidad, no debe usarse el guión (kW-h) ni el aspa de multiplicación (kW × h). Peo se admite las abreviatura kWh y parece que los ingenieros también usan a veces KVH (solo en países hispanohablantes).Por supuesto, no debe decirse “kilovatio *por* hora” porque eso sugiere kW/h.

Magnitudes obtenidas mediante producto (medidas-producto y recuentos métricos): notas de uso

Cantidad de observación: unidad observada × tiempo

En *biología celular*, para estimar la frecuencia de mitosis u otras actividades celulares.

10 células × 3 h = 30 células × h = 30 horas-célula.

Suponemos que sería a efectos de calcular frecuencia de mitosis lo mismo que observar 3 células durante 10 horas.

Por supuesto, decir que la cantidad de observación son 30 horas *por* célula sería muy confuso y debe evitarse.

Magnitudes obtenidas mediante producto (medidas-producto y recuentos métricos): notas de uso

Cantidad de observación: unidad observada × tiempo

En *epidemiología* para calcular la incidencia de enfermedad

Incidencia = casos observados/cantidad de observación.

Si la enfermedad es el cáncer de mama, la cantidad de observación ha de referirse (generalmente) a mujeres.

Por ejemplo, se observan 5500 mujeres durante dos años, la cantidad de observación son 5500 mujeres × 2 años = 11.000 mujer × año = 11.000 años-mujer.

Si se observaron en ese periodo 6 casos de la enfermedad, la incidencia es (6 casos)/(11.000 años-mujer) = (0.00054 casos)/(año-mujer) = 540 por 100.000 años-mujer.

Esto se puede decir mejor refiriéndonos a que la incidencia *anual* es de 540 casos por 100.000 mujeres. Obsérvese que aquí el *por* se refiere a las 100.000 mujeres, no al producto mujer × año.

Otros ejemplos de medidas producto

- Cantidad de trabajo humano: horas-trabajador (horas-obrero suena un poco arcaico pero podría usarse en ciertos contextos) (dimensionalidad: T).
- Cantidad de trabajo mecánico: horas-excavadora (dimensionalidad: T).
- Cantidad de transporte: kilómetros-contenedor, millas-pasajero, millas-tonelada (dimensionalidad: L).

- *Nótese* que en todos estos casos es incorrecto usar la preposición *por* para indicar la unidad correspondiente, obtenida por producto.

Las cuatro reglas

1. En castellano las unidades derivadas formadas por la multiplicación de otras dos unidades deben nombrarse mediante aposición de las dos unidades que se multiplican. No es correcto es estos casos expresar el producto mediante la preposición «por».
2. Al escribir dichas unidades con el nombre completo, sin abreviar las unidades originarias, debe usarse un guión para enlazar las unidades integrantes.
3. Para formar el plural de dicha unidad derivada basta pluralizar la primera unidad integrante del producto.

Ejemplos: «kilovatio-hora»; plural: «kilovatios-hora». Formas incorrectas: «kilovatio por hora», «kilovatio hora».

Las cuatro reglas (cont.)

4. Cuando la unidad derivada está formada por el producto de una unidad métrica (una unidad de medida propiamente dicha) y una unidad de recuento, la unidad métrica debe anteponerse a la unidad de recuento, y el plural se formará pluralizando solamente la unidad métrica.

Ejemplos:

horas-trabajador (para medir la cantidad de trabajo insumido)

kilómetros-pasajero (para cuantificar el transporte de personas en una red ferroviaria)

horas-espectador (para cuantificar el consumo de espectáculos deportivos)

meses-mujer (para cuantificar el uso de píldoras anticonceptivas)

minutos-célula (para cuantificar la observación de actividad celular)

Otros temas varios

Cambios e incrementos porcentuales

- El incremento absoluto de una cantidad es la diferencia entre los valores de esa cantidad en dos momentos distintos.
- A menudo se representa con la letra griega delta mayúscula (Δ). Entonces, si x_0 representa el valor de la variable x en el momento cero (0) y x_1 es el valor de la variable x en el momento uno (1), Δx_1 representará el incremento de x entre el momento 0 y el momento 1, o sea, $\Delta x_1 = x_1 - x_0$.
- El incremento porcentual será el incremento absoluto dividido por el valor inicial, o sea,

  Incremento porcentual $\Delta x_0 / x_0$.

Incrementos: Ejemplos

- El peso de una persona pasó de 80 kg a 70 kg. El incremento absoluto fue

70 kg – 80 kg = -10 kg.

El incremento relativo fue

-10 kg/80 kg = - 0,125 = -12,5%.

Podemos decir que el incremento de peso fueron -10 kg o -12,5%, pero es mejor para evitar los signos “menos” decir que la disminución de peso fueron 10 kg o un 12,5%.

De la misma manera, si estamos hablando de disminuciones, una cifra negativa sería un aumento.

Incrementos: usos

Hablar de incrementos o disminuciones al hablar de la evolución de una variable es arbitrario y depende generalmente de la evolución general de la variable en cuestión.

En general se habla de aumento del PIB porque el PIB suele aumentar, solo baja en las crisis económicas; pero se habla de reducción de la tasa de analfabetismo o de la tasa de mortalidad.

Puntos porcentuales (*percentage points*) y porcentajes (*percentages*)

- Si el precio de los tomates pasó de \$3 a \$4, los tomates se encarecieron un 33% (porque [4 – 3] / 3 = 1/3 = 0.33 = 33%)
- Si la tasa de desempleo era 5% y paso a 15%, la tasa se multiplicó por tres o aumentó un 200% (porque [15% - 5%]/5% = 10% / 5% = 2 = 200%)

Puntos porcentuales y porcentajes (*cont.*)

- Si el desempleo pasó de 5% a 15% también podemos decir que la tasa de desocupación aumentó 10 puntos porcentuales.
- Pero si la tasa de desempleo era 5% y paso a 15% y decimos que aumentó (un) 10%, estamos cometiendo un error matemático, porque un aumento de 10% sobre una tasa inicial de 5% llevaría la tasa a 5,5%.
- Por cierto, hablando de desempleo (un tema muy actual), la expresión “paro” y su derivado “tasa de paro” son a mi juicio españolismos que no se entienden bien en América Latina y por tanto no deben usarse si se trata de escribir en una lengua para todo el mundo hispanohablante).

Notas sobre tipografía

Las variables han de ir en cursiva, subíndices y superíndices (o exponentes) en redonda, letras indicativas de funciones en redonda. La negrita en expresiones matemáticas solo suele usarse para representar un vector o una matriz.

Variables have to be set in italics, subíndices and superíndices (or exponents) in roman, letters indicating functions must be set in roman. Boldface are usually utilized in mathematical expressions only for a vector or a matrix.

$x + y = \mathit{7}$

$\mathrm{x} + \mathrm{y} = \mathit{7}$

$x_{\mathit{2}} + y^{\mathit{3}} = 7$

Todas son formas tipográficamente incorrectas

$x_{\mathrm{2}} + y^{\mathrm{3}} = 7$

es la forma correcta.

Notas sobre tipografía (cont.)

Se deja espacio entre el número que indica la cantidad y las unidades pero no se deja espacio entre elementos tipográficos indicativos de una unidad.

Ejemplos:11 cm; 39,7 ºC; 135 mmHg; no 11cm, 39,7º C, 135 mm Hg (esto último es controvertido).

En castellano la convención es indicar las cifras decimales con una coma, un centímetro y medio es 1,5 cm. En inglés se usa el punto para lo mismo y se escribiría 1.5 cm.

«¡Y eso es todo,
muchas gracias por su
atención!

That’s all folks!
Thanks for your attention!